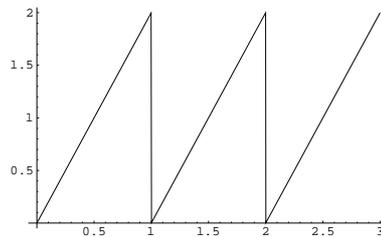


Kapitel 10

Differenzial- und Integralrechnung

1. Die Lösung:



2. Das Argument $\frac{1}{x}$ geht gegen Unendlich, die Sinus-Funktion hat aber keinen Grenzwert für $x \rightarrow \infty$.
3. f hat einen Pol, g hat den Funktionswert 0, h hat einen Pol.
4. Die erste Funktion hat die Asymptote 2, die zweite geht im positiven gegen ∞ , im negativen gegen $-\infty$.
5. $x = k \cdot \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; keine.
6. In $[0, 10^4]$.
7. $x = 0$ ist die exakte Lösung!
8. Auf $[-1, 1]$ streng monoton wachsend, sonst konstant.
9. $f_1^{-1}(x) = x^2 - 1$; $f_2^{-1}(x) = \sqrt{x^2 - 1}$; f_3 ist umkehrbar, allerdings ohne dass die inverse Funktion geschlossen darstellbar ist; $f_4^{-1}(x) = \frac{3x+2}{1-x}$.
10. $3 + 392x + 18x^2 + 32x^3$; $\frac{-2x}{(x^2-1)^2}$; $\frac{-1}{(x-1)^2} + 4 \frac{1+x^2+2x^3}{(-1+x^2)^2(1+x)^2}$; $-\frac{2}{3} \frac{x}{(1-x^2)^{2/3}}$.
11. $x \sim 1,763\,169\,98$.
12. $e^{-kx}(\omega \cos \omega x - k \sin \omega x)$, $\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}$, $\frac{2}{1+x^2}$, $\frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}$
13. $\cosh(x)$, $\sinh(x)$
14. Nein, in $x = 0$ ist f nicht stetig!
15. $\xi = x$.

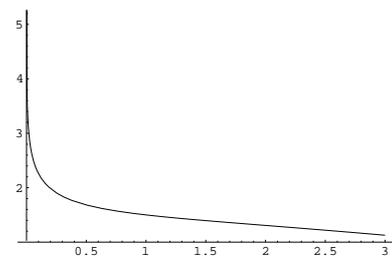
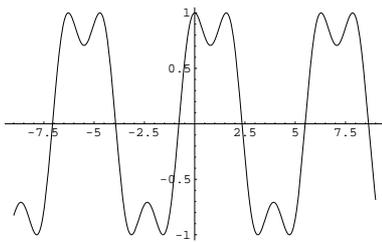
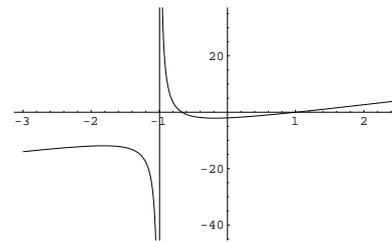
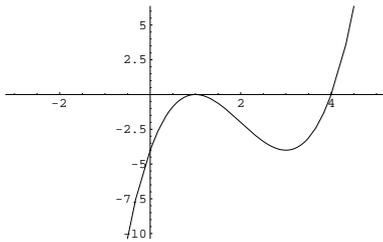
16. $p_4(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}(x-a) - \frac{\sqrt{3}}{3}(x-a)^2 - \frac{1}{6}(x-a)^3 + 15\sqrt{3}(x-a)^4$.

17. Es gilt $f^{(n)}(0) = (-2)^n(n-1)!$ und $f^{(n)}(x) = \frac{f^{(n)}(0)}{(1+x)^n}$. Damit kann das Restglied abgeschätzt werden durch $\frac{2}{n+1}|x|^{n+1}$.

18. $5; -\frac{1}{2}; 0; 0$.

19. f ist monoton wachsend, in Intervallen, die die 0 nicht enthalten sogar streng.

20. So sollte es aussehen:



21. \sin ist auf $(0; \pi)$ konkav und auf $(-\pi, 0)$ konvex.

22. $\frac{16}{3}$; Teilintervalle mit Schrittweite $\frac{1}{2^k}$ sind hilfreich.

23. $e^{-1} \leq I_1 \leq e^{-2}, 0 \leq I_2 \leq 0, 13\pi$.

24. $2e^x - \frac{10^x}{\ln 10} + C, \frac{-ta^x}{\ln ta} + C, e^t - \frac{4^t}{\ln 4} + C, \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x}, \frac{1}{4}(\ln(x-1) + \ln(x+1)) + C$.

25. $\frac{3}{2}, 0, -9, 4$.

26. $\ln(2 - 3x + 4x^3) + C, \ln \ln x + c, \frac{1}{2} \tan(x^2) + C, e^x(x-1) + C, \frac{1}{2} \ln x^2 + C, -\frac{1}{2}e^x(\cos x - \sin x)$.

27. Partielle Integration führt zur Rekursion $f_0 = 1 - e^{-1}, f_{n+1} = 1 - (n+1)f_n$ aus Aufgabe 15, Seite 55.

28. $-\frac{23}{6} + 6b - \frac{5}{2}b^2 + \frac{1}{3}b^3$.

29. $\frac{13}{6} + e^{-2}$.

30. Das erste Integral existiert nicht; das zweite hat den Wert π .

31. Das erste Integral hat den Wert $3\sqrt{3}$, das zweite existiert nicht, das letzte hat den Wert 10.