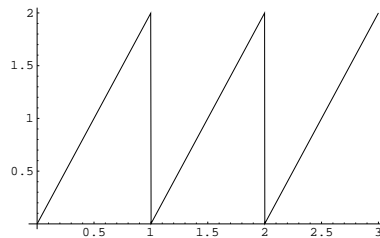


# Kapitel 10

## Differenzial- und Integralrechnung

1. Die Lösung:



- Das Argument  $\frac{1}{x}$  geht gegen Unendlich, die Sinus-Funktion hat aber keinen Grenzwert für  $x \rightarrow \infty$ .
- $f$  hat einen Pol,  $g$  hat den Funktionswert 0,  $h$  hat einen Pol.
- Die erste Funktion hat die Asymptote 2, die zweite geht im positiven gegen  $\infty$ , im negativen gegen  $-\infty$ .
- $x = k \cdot \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ; keine.
- In  $[0, 10^4]$ .
- $x = 0$  ist die exakte Lösung!
- Auf  $[-1, 1]$  streng monoton wachsend, sonst konstant.
- $f_1^{-1}(x) = x^2 - 1$ ;  $f_2^{-1}(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ ;  $f_3$  ist umkehrbar, allerdings ohne dass die inverse Funktion geschlossen darstellbar ist;  $f_4^{-1}(x) = \frac{3x+2}{1-x}$ .
- $3 + 392x + 18x^2 + 32x^3$ ;  $\frac{-2x}{(x^2-1)^2}$ ;  $\frac{-1}{(x-1)^2} + 4 \frac{1+x^2+2x^3}{(-1+x^2)^2(1+x)^2}$ ;  $-\frac{2}{3} \frac{x}{(1-x^2)^{2/3}}$ .
- $x \sim 1,763\,169\,98$ .
- $e^{-kx}(\omega \cos \omega x - k \sin \omega x)$ ,  $\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}$ ,  $\frac{2}{1+x^2}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}$
- $\cosh(x)$ ,  $\sinh(x)$
- Nein, in  $x = 0$  ist  $f$  nicht stetig!
- $\xi = x$ .

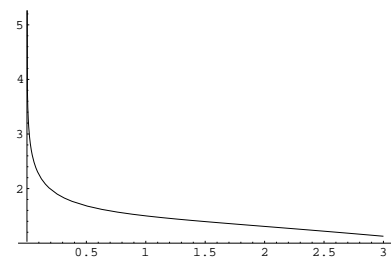
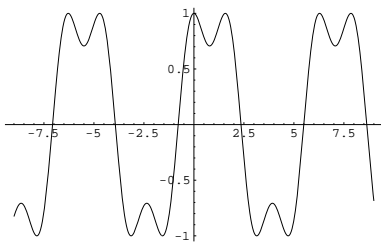
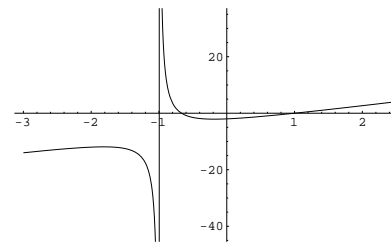
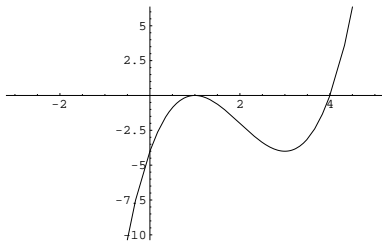
16.  $p_4(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}(x-a) - \frac{\sqrt{3}}{3}(x-a)^2 - \frac{1}{6}(x-a)^3 + 15\sqrt{3}(x-a)^4$ .

17. Es gilt  $f^{(n)}(0) = (-2)^n(n-1)!$  und  $f^{(n)}(x) = \frac{f^{(n)}(0)}{(1+x)^n}$ . Damit kann das Restglied abgeschätzt werden durch  $\frac{2}{n+1}|x|^{n+1}$ .

18.  $5; -\frac{1}{2}; 0; 0$ .

19.  $f$  ist monoton wachsend, in Intervallen, die die 0 nicht enthalten sogar streng.

20. So sollte es aussehen:



21.  $\sin$  ist auf  $(0; \pi)$  konkav und auf  $(-\pi, 0)$  konvex.

22.  $\frac{16}{3}$ ; Teilintervalle mit Schrittweite  $\frac{1}{2^k}$  sind hilfreich.

23.  $e^{-1} \leq I_1 \leq e^{-2}, 0 \leq I_2 \leq 0, 13\pi$ .

24.  $2e^x - \frac{10^x}{\ln 10} + C, \frac{-ta^x}{\ln ta} + C, e^t - \frac{4^t}{\ln 4} + C, \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x}, \frac{1}{4}(\ln(x-1) + \ln(x+1)) + C$ .

25.  $\frac{3}{2}, 0, -9, 4$ .

26.  $\ln(2 - 3x + 4x^3) + C, \ln \ln x + c, \frac{1}{2} \tan(x^2) + C, e^x(x-1) + C, \frac{1}{2} \ln x^2 + C, -\frac{1}{2}e^x(\cos x - \sin x)$ .

27. Partielle Integration führt zur Rekursion  $f_0 = 1 - e^{-1}, f_{n+1} = 1 - (n+1)f_n$  aus Aufgabe 15, Seite 55.

28.  $-\frac{23}{6} + 6b - \frac{5}{2}b^2 + \frac{1}{3}b^3$ .

29.  $\frac{13}{6} + e^{-2}$ .

30. Das erste Integral existiert nicht; das zweite hat den Wert  $\pi$ .

31. Das erste Integral hat den Wert  $3\sqrt{3}$ , das zweite existiert nicht, das letzte hat den Wert 10.