Kapitel 13

Allgemeine Vektorräume

1. .
2. Nein, denn weder $(\lambda\mu)(x, y) = \lambda(\mu(x, y))$ noch $1(x, y) = (x, y)$ sind erfüllt!
3. ja.
4. Beide sind Unterräume!
5. ja.
6. ja.
7. Angenommen, die Vektoren wären linear abhängig, dann könnten wir x_3 als Linearkombination darstellen, ein Widerspruch.
8. $U_1 = U_3$, $U_2 \neq U_1, U_3$.
9. Es gilt $\mathbf{w} - \mathbf{u} = -(\mathbf{u} - \mathbf{v}) - (\mathbf{v} - \mathbf{w})$.
10. Mit Satz 13.4 können wir die Wronski-Determinanten aufstellen, wir erhalten $-2\cos x$ und $2e^{3x}$, also sind beide Mengen linear unabhängig.
11. Alle $a \in \mathbb{R}$.
12. 4.
13. $P = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, als Koordinaten erhalten wir $\begin{pmatrix} 13 \\ -8 \end{pmatrix}$.
14. Das ist die Inverse der Matrix auf Seite 394:
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$
15. Monom auf Bernstein:
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

Hermite auf Bernstein:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4}{3} & \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 2 & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} & 0 \\ 4 & 2 & \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

16. Analog Abbildung 13.5.
17. $B = \{(1, 0, 0, -2, 3)^T, (0, 1, 0, -1, 0)^T, (0, 0, 1, 1, 0)^T\}$.
18. $\mathbf{x}_5 = \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_3$.
19. $p_1(x) = 1, p_2(x) = \frac{1}{12}(x - \frac{1}{2}), p_3(x) = \sqrt{\frac{35}{6}}(x^2 - x + \frac{1}{6})$.
20. Nur die erste!
21. $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.
22. Es ist $Q^T\mathbf{b} = \mathbf{0}$ und R ist invertierbar.
23. $f(x) = 60,4833 + 0,115\,333x$.
24. $f(x) = 0,382\,445\,\frac{x}{1+x} + 1,039\,19(1 - e^{-x})$.