

Kapitel 3

Zahlentheorie

1. $7777 = 7 \cdot 11 \cdot 101$, $10121804 = 2^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 59 \cdot 557$.
2. Die Aussage folgt aus Satz 3.6.
3. 2, 5, 17 und 37.
4. 144 und 89 sind relativ prim.
5. Die Lösung der ersten Gleichung ist $x = 3000$, $y = -2000$, die zweite Gleichung hat die Lösung $x = -16$, $y = 101$.
6. $\text{ggT}(25, 35) = 5$, also ist die Gleichung für die rechten Seiten 45 und 50 lösbar, mit den Lösungen $x = 27$, $y = -18$ und $x = 30$, $y = -20$.
7. Die Verknüpfungstabellen:

\oplus	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	0
2	2	3	4	5	0	1
3	3	4	5	0	1	2
4	4	5	0	1	2	3
5	5	0	1	2	3	4

\odot	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	0	2	4
3	0	3	0	3	0	3
4	0	4	2	0	4	2
5	0	5	4	3	2	1

8. Die Beweise verlaufen analog zur 11-er Regel. Es ist $10^i \equiv 1 \pmod p$, $p = 3$, $p = 9$ und

$$n \equiv \left(\sum a_j\right) \pmod p, \text{ für } n = \sum a_j 10^j.$$

9. Für die Lösung kann der kleine Satz von Fermat verwendet werden. Es gilt $3^{15} \equiv 1 \pmod{13}$, $15^{83} \equiv 7 \pmod{13}$.
10. Kein Problem für einen Informatiker, oder?
11. $3 - 446 - 21368 - 6$, $3 - 451 - 18611 - X$, $3 - 528 - 27268 - 6$.
12. Im PDF mit den Aufgaben finden Sie die Definition der Pharmazentralnummer. Die angegebene Ziffernfolge ist eine korrekte Pharmazentralnummer, denn es gilt

$$1 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 8 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 8 \cdot 6 + 2 \cdot 7 = 145,$$

der Rest der Division von 145 durch 11 ist 2.

13. Für die ISBN sind die Aussagen richtig. Durch „Aufnullen“ der Pharmazentralnummern, beispielsweise
- 0188582002
- folgt das aus den Beweisen für die ISBN.
14. Die zweite Nummernkombination enthält einen Fehler!
15. Wir interpretieren die Umlaute wie „ü“ als ue, wandeln alle Buchstaben in Kleinbuchstaben um und ignorieren die Blanks, dann erhalten wir:
mit (5, 21) „nvembnvehxwzbohiwdonvehxbo“;
und mit (15, 7) „nhkejhklzqrjwluqbwnhklzjw“.
16. Mit Hilfe der modularen Arithmetik ergibt sich aus zwei Gleichungen für zwei Unbekannte $(s, t) = (7, 3)$.
17. Wir interpretieren „Ü“ als „UE“. Wenn wir wie im Beispiel aus Seite 86 alles als Großbuchstaben interpretieren und die Blanks ignorieren erhalten wir die Zahlenfolge
2 563, 2 074, 2 154, 940, 2 524, 2 563, 2 074, 2 154, 2 113, 2 758, 1 996, 3 327, 2 524, 2 349, 2 113,
2 035, 1 996, 3 208, 2 349, 2 563, 2 074, 2 154, 2 113, 2 758, 2 524, 2 349.
18. $s = 12, 23, 32, 43, n = 8, 23$.
19. Wir interpretieren die Umlaute wie ü als ue, wandeln alle Buchstaben in Kleinbuchstaben um und ignorieren die Blanks, dann erhalten wir die Zahlenfolge
25 099, 1, 18 655, 10 830, 30 887, 25 099, 1, 18 655, 9 789, 26 899, 30 476, 1 627, 30 887,
55 5115, 9 789, 24 800, 30 476, 30 055, 5 115, 25 099, 1, 18 655, 9 789, 26 899, 30 887, 5 115.
20. Der Sender verschlüsselt die Nachricht mit Hilfe seines privaten Schlüssels und sendet diese Chiffre an den Empfänger. Dieser verwendet den allgemein bekannten Schlüssel des angegebenen Senders. Erhält er damit Klartext, stimmt der angegebene mit dem wirklichen Sender überein (oder jemand kennt den privaten Schlüssel ...).